Stichworte Klausurenkurs Funktionentheorie

- Komplexe Zahlen: Eulerformel, geometrische Anschauung der Multiplikation, n-te Wurzeln und ihre geometrische Konstruktion (hat bisher immer ziemlich Schwierigkeiten bereitet, als Aufgabe habe ich oft die korrekte Definition einer Umkehrfunktion zu $z \mapsto z^n$, d.h. inkl. Angabe von geeigneten Urbild- und Bildbereich gestellt)
- holomorphe Funktionen: Definitionen von Holomorphie, Möglichkeiten der Definition holomorpher Funktionen, holomorphieerhaltende Operationen (z.B. Umkehrfkt., Limes gleichmäßig konv. Folgen, normal konv. Reihen), Identitätssatz und holomorphe Fortsetzung, Maximumsprinzip, Satz von Liouville (schönes Beispiel ist der Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra)
- Potenzreihen: Konvergenzradius und Zusammenhang mit Lage der Singularitäten der Funktion; Ableitung und Stammfunktion von Potenzreihen; Koeffizientenvergleich; bekannte Potenzreihen: Logarithmus, Sinus, Cosinus, Exponentialfunktion, geometrische Reihe; Tricks zum Auffinden von Potenzreihen: von bekannten Reihen abgeleitete Potenzreihen (z.B. $\sin(x^4)$, oder Reihe des Log. aus geometrischer Reihe, o.ä.), Partialbruchzerlegung
- Singularitäten: Klassifikation, Kriterien für Vorliegen eines Pols n-ter Ordnung etc., Entwicklung in Laurentreihen, meromorphe Funktionen, Residuum und Methoden zur Berechnung des Residuums
- Residuensatz: Wegintegrale (auch mal explizit ausrechnen), Anwendung des Residuensatzes zur Berechnung reeller uneigentlicher Integrale –hier wird der vollständige Weg verlangt, keine auswendiggelernten Formeln zur Berechnung von speziellen uneigentlichen Integralen, die aus dem Residuensatz folgen. In den Klausuren gehen meist die Abschätzungen des Nenners in die Hose. Bisher ging in den Klausuren alles mit Halbkreiswegen.
- Eigenschaften spezieller Funktionen: Eigenschaften rationaler Funktionen (vor allem: endl. viele Null- und Polstellen; Verhalten für $z \mapsto \infty$) (Aufgabe z.B.: Periodische nichtkonstante Fkt. sind nicht rational); Abschätzungen von Polynomen für große z von oben und unten (dies wird beim Residuensatz gebraucht!), Logarithmus, Sinus, Cosinus, Exponentialfunktion. Nicht behandelt habe ich die Riemannsche Sphäre, die kam noch nicht dran.

Diese Sammlung erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit, soll vielmehr zeigen, wo bisher die Hauptschwierigkeiten lagen: insgesamt im Anwenden und nicht im Verständnis. Ich bin nach Themen vorgegangen, habe kurz das wesentliche (ohne Beweis) wiederholt und habe dazu passende Klausuraufgaben rechnen lassen, vorwiegend der Jahre nach ???, da sie dann deutlich einfacher geworden sind. Die Klausuraufgaben kann sich jedeR im Sekretariat der Fakultät holen und kopieren.

Charlotte Wahl