

# KLAUSURENKURS DIFFERENTIALGLEICHUNGEN - MEIN PROGRAMM\*

JÖRG JAHNEL

## 1. SITZUNGEN 1 BIS 9 – DIE PFLICHT

### 1. Sitzung: Trennung der Variablen

Erklärung des Verfahrens an einfachsten Beispielen wie  $y' = y$  und  $y' = xy$ . Dabei Thematisierung des Problems der Division durch  $y$ .

Beobachtung: Freie Konstante in den Lösungen. Anfangsbedingung legt Konstante fest. Effekt der endlichen „Entweichzeit“: Bei  $y' = y^2$  mit  $y(0) = 1$  hat die Lösung  $y(x) = \frac{1}{1-x}$  nur den Definitionsbereich  $(-\infty, 1)$ .

### 2. und 3. Sitzung: Wiederholung der Integralrechnung

Erarbeitung von Seite 208 und 209 im Buch „Analysis 1“ von Konrad Königsberger anhand von typischen Beispielen.

### 2. Sitzung: Integration rationaler Funktionen

Polynomdivision und Partialbruchzerlegung. Dabei Wiederholung des Grundintegrals

$$\int \frac{1}{x^2 + 1} dx = \arctan x + C.$$

Testfrage: Was ist  $\int \frac{1}{x^2+4} dx$ ?

### 3. Sitzung: Standardsubstitutionen für vier spezielle Klassen elementarer Funktionen:

$$\int R(e^{ax}) dx, \int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right) dx, \int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c}) dx, \int R(\sin x, \cos x) dx.$$

Dabei Wiederholung der Additionstheoreme für Sinus und Kosinus sowie Wiederholung der Hyperbelfunktionen.

### 4. Sitzung: Trennung der Variablen – Kompliziertere Beispiele

März 2000, Aufgabe 12, mögliche Hausaufgaben: September 1997, Aufgabe 4 oder März 1993, Aufgabe 4a).

### 5. Sitzung: Homogene Differentialgleichungen

März 2003, Aufgabe 6, mögliche Hausaufgaben: Testklausur Februar 2002, Aufgabe 1 oder September 2001, Aufgabe 7 oder September 2000, Aufgabe 12.

### 6. Sitzung: Lineare Differentialgleichungen – Variation der Konstanten

März 2001, Aufgabe 10, mögliche Hausaufgaben: wohl nur aus Büchern.

### 7. Sitzung: Bernoullische Differentialgleichungen

April 1996, Aufgabe 5b und September 2001, Aufgabe 8, mögliche Hausaufgabe: März 1993, Aufgabe 4c).

Riccatische Differentialgleichungen – Erklärung der Situation.

eventuelle Hausaufgaben (zu Riccati): Testklausur Juli 2003, Aufgabe 1 oder Testklausur August 2001, Aufgabe 1.

---

\*Version vom Sommersemester 2003

**8. Sitzung:** Lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten

Erklärung von Methoden zum Auffinden eines Fundamentalsystems.

September 1999, Aufgabe 10 und März 2003, Aufgabe 7,

mögliche Hausaufgaben: März 1994, Aufgabe 6 oder Testklausur Juli 2003, Aufgabe 6a).

**9. Sitzung:** Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten

Ansatz  $y = e^{\lambda x}$  zum Auffinden eines Fundamentalsystems,

Schwierigster Fall der Methode der Variation der Konstanten.

April 1996, Aufgabe 5a, mögliche Hausaufgaben: September 2002, Aufgabe 8 oder Testklausur Februar 2001, Aufgabe 6.

2. SITZUNGEN 10 BIS 15 – DIE KÜR

**10. Sitzung:** D'Alembertscher Ansatz

März 1999, Aufgabe 10, mögliche Hausaufgaben: Testklausur August 2001, Aufgabe 2 oder September 1995, Aufgabe 5.

**11. Sitzung:** Autonome Systeme

„Übungen zu Differentialgleichungen“ von Prof. Burmann vom Sommersemester 1991, Aufgabe 16 (/user/aufgaben/dgl.Bur.91/dgl4.tex, Dumme-Hunde-Kurve).

**12. Sitzung:** Potenzreihenansatz – offene Fragen und Probleme

Frühjahr 2002, Aufgabe 8 oder „Probeklausur“, Differentialgleichungen, Aufgabe 2.

**13. bis 15. Sitzung:** Zur qualitativen Theorie – „Alles, was man nicht rechnen kann“

Formulierung des Satzes von Picard-Lindelöf, „Gegen“-Beispiel  $y' = \sqrt{y}$ .

September 2000, Aufgabe 11.

Idee 1: Picard-Lindelöf liefert Abschätzung für den Definitionsbereich der Lösungen.

Idee 2: Ungleichung für  $y'$  liefert Ungleichung für  $y$ .

September 1998, Aufgabe 3.

Idee 3: Rechte Seite linear beschränkt  $\implies$  Lösungen auf ganz  $\mathbb{R}$  definiert.

Idee 4: Lösungen verbleiben innerhalb des „Schlauches“ zwischen zwei bekannten Lösungen.

September 1999, Aufgabe 9.

Idee 5: „Kurvendiskussion“: Der Satz von Bolzano-Weierstraß liefert die Existenz eines Extrempunkts. Nutze das Wissen über  $y''$  in Extrempunkten.

3. WAS NOCH SINNVOLL SEIN KÖNNTE

**Eine (halbe) Sitzung:** Variation der Konstanten bei linearen Systemen

Testklausur Juli 2003, Aufgabe 6b).

**Eine (halbe) Sitzung:** Exakte Differentialgleichungen

März 1996, Aufgabe 5b.

Exakte Differentialgleichungen sind an sich sehr wichtig, sie sind aber wohl nur dieses eine Mal in der Klausur vorgekommen.

**Eine Sitzung:** Wronski-Determinante und ihre Anwendung (z.B. der Trennungssatz)

Frühjahr 1997, Aufgabe 4.